المصفوفات والعمليات عليها

رياضة ١ — إدارة الأعمال

تعريف المصفوفة

المصفوفة ترتيب مستطيل من الأعداد في صفوف (أفقية) وأعمدة (رأسية). ونكتب في هذا الدرس المصفوفة صفاً صفاً: كل قوس داخلي يمثل صفاً. فالمصفوفة A = [[2, 1], [3, 4]] صفها الأول 2 و1، وصفها الثاني 3 و4.

رتبة المصفوفة

رتبة المصفوفة = عدد الصفوف × عدد الأعمدة. فالمصفوفة A رتبتها 2 × 2، والمصفوفة [[1, 0, 5], [2, 7, 3]] رتبتها 2 × 3. ونرمز للعنصر الواقع في الصف i والعمود j بالرمز aij؛ ففي A العنصر a21 = 3.

أنواع المصفوفات

- **المصفوفة المربعة:** عدد صفوفها يساوي عدد أعمدتها.
- **مصفوفة الصف:** صف واحد، مثل [5, 2, 8]. و**مصفوفة العمود:** عمود واحد.
- **المصفوفة الصفرية:** جميع عناصرها أصفار.
- **المصفوفة القطرية:** مربعة وجميع عناصرها خارج القطر الرئيسي أصفار.
- **مصفوفة الوحدة I:** قطرية وعناصر قطرها الرئيسي آحاد، مثل [[1, 0], [0, 1]]. وتلعب دور العدد 1 في الضرب.

تساوي المصفوفات

تتساوى مصفوفتان إذا كانت لهما الرتبة نفسها وكانت العناصر المتناظرة متساوية.

الجمع والطرح

نجمع أو نطرح العناصر المتناظرة، ويشترط تساوي الرتبة. لتكن B = [[1, 0], [5, 2]]:

A + B = [[2 + 1, 1 + 0], [3 + 5, 4 + 2]] = [[3, 1], [8, 6]].

A − B = [[1, 1], [−2, 2]].

والجمع إبدالي: A + B = B + A.

ضرب المصفوفة في عدد

نضرب كل عنصر في العدد: 2A = [[4, 2], [6, 8]].

ضرب مصفوفتين

الشرط: عدد أعمدة الأولى يساوي عدد صفوف الثانية. فإذا كانت الأولى من رتبة m × n والثانية n × p، تكون رتبة الناتج m × p.

الطريقة: العنصر في الصف i والعمود j من الناتج = مجموع حواصل ضرب عناصر الصف i من الأولى في العناصر المناظرة من العمود j في الثانية.

احسب A × B:

- الصف الأول × العمود الأول: 2 × 1 + 1 × 5 = 7
- الصف الأول × العمود الثاني: 2 × 0 + 1 × 2 = 2
- الصف الثاني × العمود الأول: 3 × 1 + 4 × 5 = 23
- الصف الثاني × العمود الثاني: 3 × 0 + 4 × 2 = 8

إذن A × B = [[7, 2], [23, 8]].

أما B × A فيساوي [[2, 1], [16, 13]]. **لاحظ أن ضرب المصفوفات ليس إبدالياً** في العموم، أي أن A × B لا يساوي B × A.

منقول المصفوفة

منقول المصفوفة A، ونرمز له بالرمز A^T، نحصل عليه بتحويل الصفوف إلى أعمدة: إذا كانت A = [[2, 3], [1, 4]] فإن A^T = [[2, 1], [3, 4]]. ومنقول مصفوفة من رتبة 2 × 3 يكون من رتبة 3 × 2.

تطبيق تجاري

باع متجر في يوم واحد 10 علب من المنتج الأول و5 من الثاني و8 من الثالث، وأسعارها على الترتيب 4 و6 و3 دنانير. نكتب الكميات مصفوفة صف Q = [10, 5, 8]، والأسعار مصفوفة عمود P رأسية عناصرها 4 و6 و3. حاصل الضرب Q × P مصفوفة من رتبة 1 × 1:

الإيراد = 10 × 4 + 5 × 6 + 8 × 3 = 40 + 30 + 24 = 94 ديناراً.

وإذا كان للمتجر عدة فروع، نضع كميات كل فرع في صف، فيعطي حاصل الضرب إيراد كل الفروع دفعة واحدة. لذلك تُستخدم المصفوفات بكثرة في جداول البيانات وتحليل المبيعات والمخزون.