الأعداد الحقيقية والأسس والجذور

رياضة I — إدارة الأعمال

تصنيف الأعداد

- **الأعداد الطبيعية:** 1، 2، 3، ... وتستخدم في العدّ.
- **الأعداد الصحيحة:** تشمل الطبيعية وأضدادها السالبة والصفر: ...، −2، −1، 0، 1، 2، ...
- **الأعداد النسبية:** كل عدد يمكن كتابته على صورة كسر a ÷ b حيث a وb صحيحان وb لا يساوي صفراً، مثل 3/4 و−5 و0.25.
- **الأعداد غير النسبية:** لا يمكن كتابتها كسراً، وتمثيلها العشري غير منتهٍ وغير دوري، مثل الجذر التربيعي لـ 2 والعدد π.
- **الأعداد الحقيقية:** اتحاد الأعداد النسبية وغير النسبية، وتمثل على خط الأعداد.

الفترات

نعبّر عن مجموعات من الأعداد الحقيقية بالفترات:

- الفترة المغلقة [2, 5] تشمل كل الأعداد من 2 إلى 5 بما فيها 2 و5.
- الفترة المفتوحة (2, 5) تشمل الأعداد بين 2 و5 دون الطرفين.
- الفترة نصف المفتوحة [2, 5) تشمل 2 ولا تشمل 5.
- الفترة [3, ∞) تشمل كل عدد أكبر من أو يساوي 3.

الأسس

إذا كان a عدداً حقيقياً وn عدداً طبيعياً فإن a^n يعني ضرب a في نفسه n مرة، فمثلاً 3^2 = 2 × 2 × 2 = 8. يسمى a الأساس وn الأس.

قوانين الأسس

1. a^m × a^n = a^(m+n). مثال: 3^2 × 4^2 = 7^2 = 128.
2. a^m ÷ a^n = a^(m−n). مثال: 6^5 ÷ 4^5 = 2^5 = 25.
3. (a^m)^n = a^(m×n). مثال: 3^(2^3) = 6^3 = 729.
4. a^n × b^n = (a × b)^n. مثال: 8 × 125 = 3^(5 × 2) = 1000.

5. a^0 = 1 لأي عدد a لا يساوي صفراً. مثال: 7^0 = 1.

6. a^(−n) = 1 ÷ a^n. مثال: 2^(−3) = 1/8.

الجذور

الجذر التربيعي للعدد الموجب a هو العدد الموجب الذي مربعه a، فالجذر التربيعي لـ 49 هو 7. والجذر التكعيبي لـ 27 هو 3 لأن 3^3 = 27. ويمكن كتابة الجذور على صورة أسس كسرية:

- الجذر التربيعي لـ a = a^(1/2)، فمثلاً 16^(1/2) = 4.
- الجذر التكعيبي لـ a = a^(1/3)، فمثلاً 8^(1/3) = 2.
- a^(m/n) = (الجذر النوني لـ a) مرفوعاً للقوة m، فمثلاً 8^(2/3) = 2^2 = 4.

تبسيط الجذور

الجذر التربيعي لـ 50 = الجذر التربيعي لـ (25 × 2) = 5 × الجذر التربيعي لـ 2. ونستخدم هنا خاصية أن جذر حاصل الضرب يساوي حاصل ضرب الجذرين.

مثال شامل

بسّط المقدار: (2^5 × 2^(−2)) ÷ 2^2.

الحل: البسط = 2^(5 − 2) = 2^3، ثم 2^3 ÷ 2^2 = 1^2 = 2.

تطبيق تجاري: النمو المركب

تستخدم الأسس في حساب الفائدة المركبة ونمو المبيعات: القيمة بعد n سنة = القيمة الأولى × (1 + r)^n حيث r معدل النمو. فإذا كانت مبيعات شركة 10,000 دينار وتنمو بمعدل 10% سنوياً، فبعد سنتين تصبح: 10,000 × (1.1)^2 = 10,000 × 1.21 = 12,100 دينار. وبعد ثلاث سنوات: 10,000 × 1.331 = 13,310 ديناراً.

ملاحظات لتجنب الأخطاء الشائعة

- (a + b)^2 لا يساوي a^2 + b^2، بل يساوي a^2 + 2ab + b^2.
- −3^2 = −9 بينما (−3)^2 = 9، فالأقواس تغيّر المعنى.
- لا يوجد جذر تربيعي حقيقي لعدد سالب.